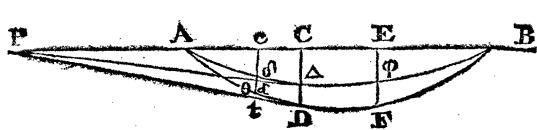


IV. *De motu Nervi tensi. Per Brook Taylor Armig.
Regal. Societatis. Sodl.*

Lemma I.



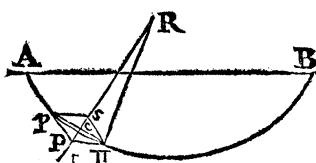
Sint $A D F B$, &
 $A \Delta \Phi B$ Curvæ
duæ, quarum re-
latio inter se hæc
est, ut, ductis ad

libitum ordinatis $C \Delta D, E \Phi F$, sit $C \Delta : CD :: E \Phi : EF$.
Tum ordinatis in infinitum imminutis, adeo ut coincidant
Curvæ cum axe AB ; dico quod sit ultima ratio curvaturæ
in Δ ad curvaturam in D , ut $C\Delta$ ad CD .

Demonstr. Duc ordinatam $c \wedge d$ ipsi CD proximam;
& ad D & Δ duc tangentes Dt & $\Delta \theta$, ordinatæ
 $c d$ occurrentes in t & θ . Tum ob $c \wedge : c d :: C \Delta : CD$
(per Hypothesin) tangentes productæ sibi invicem & axi
occurrent in eodem puncto P . Unde ob triangula similia
 CDP & $c t P$, $C \Delta P$ & $c \theta P$, erit $c \theta : ct :: C \Delta : CD$
(:: $c \wedge : c d$, per Hyp) :: $\theta t (= c \theta - c \wedge)$ ad $dt (= ct - cd)$.
Atqui sunt curvaturæ in Δ & D , ut anguli contactūs $\theta \Delta \wedge$
& $t D d$; & ob Δ & $d D$ coincidentes cum c C , anguli
isti sunt ut eorum subtensæ $\theta \wedge$ & dt , hoc est (per ana-
logiam supra inventam) ut $C \Delta$ & CD . Quare, &c.
Q. E. D.

Lemma

Lemma 2.



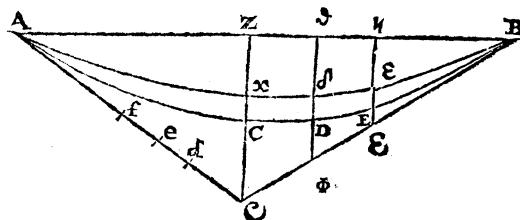
a vi tensionis Nervi, ut curvatura Nervi in eodem punto.

Demonstr. Finge Nervum constare ex particulis rigidis & equalibus infinitate parvis p P & P π , &c. & ad punctum P erige perpendicularē P R = radio curvaturæ in P, cui occurant tangentes p t & π t in t, iis parallela π s & p s in s, & chorda p π in c. Tum, per Principia Mechanicæ, vis absoluta, quā urguntur particulæ ambæ p p & p π versūs R, erit ad vim tensionis fili, ut s t ad p t; & hujus vis dimidium, quo urgetur particula una p P, erit ad Nervi tensionem, ut c t ad t p, hoc est, (ob triangula similia c t p, t p R) ut t p vel P p ad R t vel P R. Quare, ob tensionis vim datam, erit vis acceleratrix absoluta ut $\frac{P p}{P R}$. Sed est acceleratio genita in ratione compositâ ex rationibus vis absolutæ directe & materiæ movendæ inversè; atq; est materia movenda ipsa particula P p. Quare est acceleratio ut $\frac{1}{P R}$, hoc est ut Curvatura in P. Est enim Curvatura reciprocè ut radius circuli osculatorii. Q. E. D.

Prob. I.

Definire motum Nervi tensi.

In hoc Problemate & sequentibus pono Nervum moveri per spatium minimum ab axe motus; ut incrementum tensionis ex auctâ longitudine, item obliquitas radiorum curvaturæ possint tuto neglegi.



Itaq; extendatur Nervus inter puncta A & B; & plectro deducatur punctum z ad distantiam C z ab axe A B. Tum a moto plectro, ob flexuram in puncto solo C, illud primum incipiet moveri (*per Lemma 2.*) At statim inflexo Nervo in punctis proximis α & δ , incipient hæc puncta etiam moveri; & deinde E & e , & sic deinceps. Item ob magnam flexuram in C, illud punctum primò velocissime movebitur; & exinde auctâ curvaturâ in punctis proximis D , E , &c. ea continuo velocius accelerabuntur; & eadem operâ, imminutâ curvaturâ in C, id punctum vicissim tardius accelerabitur. Et universaliter, punctis justò tardioribus magis & velocioribus minus acceleratis, tandem fiet ut viribus inter se ritè temperatis, motus omnes conspirent, punctis omnibus ad axem simul euntibus & simul redeuntibus, vicibus alternis ad infinitum.

Sed ut hoc fiat debet Nervus semper induere formam curvæ A C D E B, cuius curvatura in quovis puncto E est ut ejusdem distantia ab axe E " ; velocitatibus etiam punctorum C, D, E, &c. constitutis inter se in ratione distantiarum ab axe C z, D z, E " , &c. Etenim in hoc casu,

casu, spatia C x, D s, E n, &c. eodem tempore minimo percurſa, erunt inter ſe ut velocitates, hoc est ut spatia percurrenda C z, D s, &c. Unde erunt spatia residua x z, s s, n n, &c. inter ſe in eadem ratione. Item (per Lemma 2.) erunt accelerationes inter ſe in eadem ratione. Quo pacto, ſemper ſervatā ratione velocitatum inter ſe eadem ac ſpatiorum percurrentorū, puncta omnia ſimul pervenient ad axem & ſimul redibunt: adeoq; recte definitur curva A C D E B. Q. E. D.

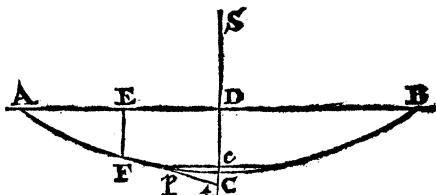
Præterea, comparatis inter ſe duabus curvis A C D E B, & A x s e B, per Lemma 1. erunt curvaturæ in D & s, ut distantia ab axe D s & s s: adeoq; per Lemma 2. accelerationi dati cuiusvis puncti in Nervo erit ut ejusdem diſtantia ab axe. Unde (per Phil. Nat. Princip. Math. Sect. X. Prop. 51.) vibrationes omnes, tam maximæ quam minimæ, peragentur in eodem tempore periodico, & puncti cuiusvis motus ſimilis erit oscillationi corporis Funi-penduli in Cycloide. Q. E. I.

Cor. Sunt Curvaturæ reciprocè ut radii circulorum oſculantium. Sit ergo a linea data, atq; erit radius curvaturæ in E = $\frac{a \cdot a}{E \cdot n}$.

Prob. 2.

Datis longitudine & pondere Nervi, una cum pondere tendente; invenire tempus unius vibrationis.

Extendatur nervus inter puncta A & B per vim ponderis P, & fit nervi ipsius pondus N, & longitudo L. Item conſtituatur nervus in poſitione A F p C B, & ad



punctum

(30)

punctum medium C erige normalem CS = radio curvaturæ in C, & occurrentem axi AB in D; & sumpto puncto p ipsi C proximo, duc normalem PC & tangentem PT.

Ergo, ut in Lemmate 2, constat vim absolutam quâ acceleratur particula p C, esse ad vim ponderis P, ut CT ad PT, i.e. ut PC ad CS. Sed est pondus P ad pondus ipsius particulæ p C, in ratione compositâ ex rationibus P ad N, & N ad pondus particulæ p C, vel L ad PC; hoc est, ut $P \times L$ ad $N \times PC$. Quare compositis his rationibus, est vis acceleratrix ad vim gravitatis ut $P \times L$ ad $N \times CS$. Constituatur itaque pendulum longitudine CD: tum (per Princip. Math. Sc. X. Prob. 52.) erit tempus periodicum Nervi ad tempus periodicum istius penduli, ut $\sqrt{N \times CS}$ ad $\sqrt{P \times L}$: At (per eandem Propositi.) data vi gravitatis longitudines pendulorum sunt in duplicata ratione temporum periodicorum; unde

erit $\frac{N \times CS \times CD}{P \times L}$, vel (pro CS scripto) $\frac{aa}{CD}$, per Cor.

Prob. I.) $\frac{N \times aa}{P \times L}$ longitudo penduli cuius vibrationes sunt isochronæ vibrationibus Nervi.

Ad inveniendam lineam a, sit Curva abscissa AE = z, & ordinata EF = x, & ipsa Curva AF = v, & CD = b.

Tum (per Cor. Prob. I.) erit radius curvaturæ in F = $\frac{aa}{x}$

At dato v est radius curvaturæ $\frac{\dot{v} \dot{x}}{z}$. Unde $\frac{aa}{x} = \frac{\dot{v} \dot{x}}{z}$;

adeoq; $aa \ddot{z} = \dot{v} x \dot{x}$: & sumptis fluentibus $aa \ddot{z} = \frac{\dot{v} xx}{2} - \frac{\dot{v} bb}{2} + \dot{v} aa$ ubi additur data quantitas

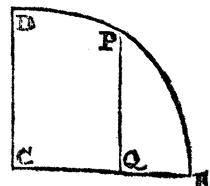
$-\dot{v} bb$

(31)

$\frac{-\dot{y} b^2}{2} + \dot{y} aa$, ut fiat $\dot{z} = \dot{y}$ in punto medio C.) Et hinc peracto calculo erit $\dot{z} = \frac{a^2 \dot{x} - \frac{1}{2} b^2 \dot{x} + \frac{1}{2} x_2 \dot{x}}{\sqrt{a^2 b^2 - a^2 x^2 - \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{2} b^4 + \frac{1}{4} b^2 x^2}}$

Evanescant jam b & x respectu a , ut coincidat curva cum axe, & fieri $\dot{z} = \frac{a \dot{x}}{\sqrt{b^2 - x^2}}$. At

centro C & radio CD = b descripto quadrante circulari DPE, & facto $CQ = x$, & erectâ normali QP, atque arcu DP existente y, erit

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{b \dot{x}}{b^2 - x^2}} = \frac{b}{a} \dot{z}.$$


Unde $y = \frac{b}{a} z$, & $z = \frac{a}{b} y$. Et facto $x = b = CD$, (quo casu etiam fit $y = \text{arci quadranti} DPE$, & $z = AD = \frac{1}{2} L$) erit $\frac{1}{2} L = a \times \frac{DE}{CD}$, atq; $a = L \times \frac{CD}{2DE}$. Sit ergo CD ad 2 DE (ut diameter circuli ad circumferentiam) ut d ad c; atq; erit $aa = LL \times \frac{dd}{cc}$. Substituto itaq, hoc valore pro aa, erit $\frac{N}{P} \times L \times \frac{dd}{cc}$ longitudo penduli isochroni ipsi Nervo. Sit ergo D longitudo cuius tempus periodicum est 1, atq; erit $\frac{d}{c} \sqrt{\frac{N}{P} \times \frac{L}{D}}$ tempus periodicum Nervi. Q.E.I. Sunt enim pendulorum tempora periodica in dimidiata ratione longitudinum.

Cor. 2.

(32)

Cor. 1. Numerus vibrationum Nervi in tempore unius vibrationis penduli D est $\frac{c}{d} \times \sqrt{\frac{P}{N}} \times \frac{D}{L}$.

Cor. 2. Ob datum $\frac{d}{c} \times \sqrt{\frac{I}{D}}$, tempus periodicum Nervi est ut $\sqrt{\frac{N}{P}} \times L$. Et dato pondere P est tempus ut $\sqrt{N \times L}$. Item constitutis Nervis ex eodem filo, quo casu fit N ut L, est tempus ut L.

V.